

Učíme s MATH  U

5.

# Soutěže a interaktivní hry

## Jak je smysluplně využít ve výuce

### Autoři

Petra Vondráková, Iva Skybová, Lenka Dedková, Mária Čamborová,  
Martina Litschmannová, Marie Kubičková a Jakub Mojžíš

2026

**Interreg**



**Spolufinancovaný  
Európskou úniou**

**Slovensko – Česko**

Publikace vznikla v rámci projektu Učím(e) s Math4U a je dostupná zdarma. Výhradní zodpovědnost za obsah této publikace nesou její autoři a nelze jej ztotožnit s oficiálním stanoviskem Evropské unie.

**5.****Soutěže a interaktivní hry****Jak je smysluplně využít ve výuce**

Zařazení soutěží a interaktivních her do výuky matematiky představuje jeden z neefektivnějších způsobů, jak u žáků rozvíjet zájem o předmět, podpořit jejich aktivitu a přispět k hlubšímu porozumění učivu. Herní princip přináší do hodiny přirozený prvek motivace a soutěživosti, díky němuž se žáci učí s nasazením, radostí a často i nevědomě upevňují své dovednosti. Učitel zde přebírá roli moderátora či průvodce, který hru vede, usměrňuje a reflektuje její výsledek.

Cílem není pouhá zábava, ale především upevnění klíčových matematických pojmů, procvičování logického myšlení a posilování týmové spolupráce. Vhodně zvolená hra nebo soutěž tak může proměnit běžnou hodinu v prostor pro tvořivost, zvědavost a radost z objevování, které jsou základem dlouhodobé motivace k učení matematiky.

**Na co myslet?**

- **Didaktický cíl:** Hra by měla mít nějaký konkrétní cíl (např. opakování nebo procvičení učiva), nejde jen o zabavení žáků a ukrojení času z hodiny.
- **Pravidla:** Před začátkem soutěže by měla jasně zaznít pravidla, co se smí, co se nesmí. Žáci bývají velmi kreativní a často hledají cestu, jak zvítězit. Nemusí to nutně znamenat, že podvádějí, ale pouze dělají to, co jim nebylo zakázáno.
- **Vítěz:** Každá soutěž by měla mít vítěze nebo vítězný tým. Ukončení soutěže bez vyhlášení vítěze nebo vítězů může vést k tomu, že se u žáků příště sníží chuť soutěžit.
- **Rovnocenné šance:** Hra by měla být navržena tak, aby měl každý žák šanci uspět. Nikoho by neměl ze hry vyřadit fakt, že není v matematice nadaný a obvykle se mu v hodinách nedaří.
- **Časová dotace:** Pečlivě zvažte a promyslete, jakou část hodiny chcete soutěži věnovat. Připravte se na to, že žáci mohou být nezvykle rychlí nebo že jim soutěž naopak zabere více času, než čekáte.

**Čeho se vyvarovat?**

- **Přílišná orientace na rychlost:** Nadměrný důraz na rychlost může vést k chybám, které nevycházejí z neznalosti, ale ze zbrklosti.
- **Složitost pravidel:** Nejasná a složitá pravidla mohou žáky zmást a odvádět jejich pozornost od cíle hry. Žáci by vždy měli přesně vědět, co mají dělat a co vede k vítězství.
- **Soutěžení o ceny:** Hmotné odměny by měly být výjimkou. Důležité je vést žáky k vnitřní motivaci a radosti z učení, nikoli k honbě za cenami.
- **Zostuzení poražených:** Soutěž by nikdy neměla končit „vyhlášením“ poražených, zvláště pokud se to týká žáků, kteří v matematice dlouhodobě nemají úspěch. Typickým nevhodným příkladem je aktivita, při níž si postupně sedají žáci podle toho, kdo nejrychleji správně odpoví na otázku, přičemž hra končí pro posledního stojícího žáka spíše potupně.

## Příprava učitele krok za krokem

Učitel hru nebo soutěž vždy chystá tak, ať je přirozenou součástí učebního procesu. Při plánování většinou postupuje v následujících krocích:

### 1. Výběr tématu

Učitel vybere téma, na které se chce zaměřit. Může to být úzké téma pro procvičení jedné konkrétní znalosti či dovednosti nebo také několik témat pro opakování před větším testem nebo maturitou.

### 2. Didaktický cíl (účel aktivity v hodině)

Učitel si ujasní, čeho chce pomocí hry nebo soutěže dosáhnout. Cílem může být například:

- aktivizace žáků na začátku hodiny,
- procvičování a automatizace dovedností,
- osvojení nového učiva objevováním,
- opakování a systematizace učiva před větším testem,
- zjištění úrovně znalostí.

Podle zvoleného cíle pak učitel volí konkrétní typ hry či soutěže, pravidla, časovou dotaci a způsob vyhodnocení.

### 3. Technické možnosti třídy a žáků

Pro volbu aktivity je také důležité zvážit technické podmínky – zda je k dispozici dostatečný počet zařízení (tablety, notebooky nebo mobilní telefony) či zda je ve třídě dataprojektor nebo interaktivní tabule. Také se doporučuje vyzkoušet si připravenou aktivitu předem v roli žáka, například si zkusit načíst přístupový kód do hry a vyzkoušet rychlost připojení. Učitel by měl mít zároveň připravený i záložní plán pro případ technických komplikací – například tištěné verze úloh. Pro rychlé a bezproblémové připojení žáků do hry se osvědčuje využití QR kódů nebo zkrácených odkazů.

### 4. Výběr aplikace a úloh

Podle zvoleného tématu, cíle a technických možností si učitel vybere konkrétní aplikaci, tréninkovou hru nebo si hru sám vytvoří v aplikaci Math4Teacher:

- Potřebuji rychlou aktivizaci formou soutěže?  
→ TrainingGames4U (Pexeso, Párovací hra)
- Chci týmovou soutěž s vlastními příklady?  
→ Math4Teacher + Game4U (Fotbal, Trojúhelník)

- Zaměřuji se na hledání chyb a argumentaci?  
→ FindError4U
- Hledám materiály pro promítání na tabuli nebo tisk?  
→ Math4Class, případně TrainingGames4U

### 5. Jak bude soutěž probíhat (pravidla a forma práce)

Učitel si promyslí, jakým způsobem soutěž ve výuce proběhne a co má rozvíjet. Aktivita může mít podobu krátké rozcvičky na úvod hodiny, týmového kvízu, práce na stanovištích nebo delší soutěže, která se odehrává v několika kolech. Zvolená forma ovlivní nejen tempo a dynamiku práce, ale i způsob zapojení žáků – zda budou soutěžit jednotlivě, ve dvojicích, v menších týmech, nebo jako celá třída.

Důležité je stanovit jasná pravidla a časový rámeček. Žáci by měli přesně vědět, co se od nich očekává – například zda mají všichni řešit všechny úlohy, jestli kdokoli z týmu musí umět vysvětlit postup, nebo zda výsledky představí vybraný zástupce. Jasně nastavená pravidla pomáhají udržet přehled, spravedlnost i soustředění během soutěže.

Nedílnou součástí každé soutěže by měla být podpora férového přístupu: zákaz opisování, respekt k ostatním a ocenění dobrých výkonů soupeřů. Takový přístup posiluje spolupráci, sebevědomí žáků a pozitivní atmosféru ve třídě.

### 6. Sestavování týmů

Při plánování týmových aktivit je vhodné předem promyslet způsob rozdělení žáků do skupin, protože složení týmů ovlivňuje průběh i atmosféru soutěže. Učitel může volit mezi několika přístupy. Homogenní skupiny, tedy týmy s podobnou úrovní znalostí, se osvědčují u soutěží, kde má mít každý účastník srovnatelné šance na úspěch. Naopak heterogenní skupiny jsou vhodné pro kooperativní učení, kdy silnější žáci přirozeně podporují slabší a pomáhají jim porozumět postupu řešení. Pro zajištění spravedlnosti a změnu dynamiky třídního kolektivu lze zvolit i losování týmů.

Slabší žáky je vhodné zařazovat do heterogenních týmů, kde mohou získat podporu spolužáků. Pomoci lze i nápovědními kartami se vzorci, náčrtky či mezikroky. Pokročilí žáci mohou ve skupinách působit jako „experti“, kteří ostatním radí, vysvětlují řešení a pomáhají koordinovat práci týmu. Ne každý žák však musí mít soutěživého ducha, proto je vhodné nabídnout i jiné role – například zapisovatele, časoměřiče nebo „analytika“ chyb.

## 7. Promyšlení možných úskalí

Je vhodné předem odhadnout typické obtíže a rizika: přílišný důraz na rychlost na úkor porozumění, frustrace slabších žáků, přehnané emoce, hádky o body nebo nejasnosti v pravidlech. Učitel si proto dopředu ujasní, jak zajistí férovost (jasná a srozumitelná pravidla, stejné podmínky pro všechny), jak bude pracovat s chybami (možnost opravy, bonusové body za správné vysvětlení řešení) a jak bude podporovat i žáky, kteří se neumístí na předních příčkách. Může si připravit i „záchranné“ varianty – např. nápovědní karty nebo změnu složení týmů.

## 8. Vyhodnocení soutěží (známky, body, pochvaly)

Už při plánování soutěže by měl učitel zvážit, jakým způsobem bude žáky hodnotit a jaký význam budou mít výsledky pro jejich klasifikaci. Možností je více – od symbolického bodování a neformálních odměn, jako je pochvala, drobná cena nebo školní privilegium, až po zahrnutí soutěže do klasifikace formou bonusových bodů či jednorázové známky za aktivitu. Klíčové je, aby žáci předem věděli, zda má soutěž vliv na známky, a aby hodnocení především podporovalo jejich motivaci.

Při vyhodnocování je vhodné oceňovat nejen vítězství, ale i pokrok, originalitu nápadů nebo kvalitní týmovou spolupráci – právě tyto aspekty podporují vnitřní motivaci a pozitivní

vztahy ve třídě. Vedle tradičních forem se osvědčuje také formativní hodnocení, které zdůrazňuje snahu a strategii řešení místo pouhého výsledku.

Pokud je soutěž příliš úzce spojena se známkami, může se stát zdrojem stresu a snížit ochotu žáků experimentovat či riskovat chybu. Proto je důležité vytvářet prostředí, kde má každý možnost zažít úspěch a kde se oceňuje spravedlivá hra, spolupráce i vzájemná podpora.

## 9. Reflexe

Důležitou součástí hry či soutěže je, stejně jako u jiných aktivit, závěrečná reflexe. Učitel vede žáky k zamýšlení nad tím, co se během hry naučili, jaké strategie se jim osvědčily, kde dělali chyby a co by příště zkusili jinak. Reflexe může mít podobu krátké diskuse (Co nám dnes šlo? Co bylo nejtěžší? Jak nám pomohla spolupráce?), písemného shrnutí nebo sebehodnocení v týmech, aby žáci neodcházeli jen s pocitem výhry či prohry, ale s vědomím konkrétního posunu. Je vhodné zdůraznit, že smyslem hry není jen „vyhrát“, ale hlavně pochopit látku – pomáhá to omezit čistě výkonový stres.

## 10. Zpětná vazba pro učitele

Na závěr si učitel zhodnotí, jak soutěž naplnila stanovený didaktický cíl a jak fungovala z hlediska organizace, atmosféry ve třídě a zapojení žáků. Může si zaznamenat poznámky k úpravě pravidel, bodování, času, velikosti týmů nebo k volbě úloh pro příště, případně si vyžádat krátkou zpětnou vazbu od žáků. Toto vyhodnocení pomáhá postupně vytvářet repertoár her a soutěží, které ve třídě dobře fungují, a cíleně je propojovat s další výukou.

## Příklady dobré praxe

V následujících ukázkách najdete konkrétní návody, jak různé soutěže a interaktivní hry začlenit do výuky matematiky – vždy s jasně formulovaným tématem, cílem, potřebnými materiály, organizací práce ve třídě, popsaným postupem, možnostmi hodnocení a stručnými zkušenostmi z praxe. Najdete zde ukázky soutěží, které slouží k rychlé aktivizaci žáků, procvičování a upevňování učiva, objeovávání nových poznatků nebo k systematickému opakování.

### Ukázka 1 TrainingGames4U Pexeso

#### 1. Téma:

Mocniny a odmocniny

#### 2. Cíl:

Upevnit znalosti o mocninách a odmocninách, zautomatizovat a zrychlit práci s výrazy

#### 3. Příprava učitele (materiály a technika):

- Učitel vybere v TrainingGames4U vhodnou hru Pexeso na téma mocnin a odmocnin, zde: <https://training.math4u.vsb.cz/game/pexeso/7100020070>.
- Připraví tolik tabletů (nebo jiných zařízení), kolik bude dvojic žáků.
- Zajistí dataprojektor pro závěrečnou reflexi.

#### 4. Organizace a čas:

- Žáci pracují ve dvojicích, každá dvojice má k dispozici jeden tablet.
- Celková časová náročnost je přibližně 20 minut.

**Výrazy s mocninami a odmocninami I**  
Spárujte výrazy, které se pro všechna kladná čísla  $x$  rovnají.

|                                       |                                  |                                 |
|---------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| $\frac{\sqrt[4]{x^5}}{\sqrt[4]{x^2}}$ | $(\sqrt[3]{x^2})^3$              | $\sqrt{x}$                      |
| 1                                     | $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^2}}$ | $\sqrt[3]{x^{-2}}\sqrt[3]{x^2}$ |
| $x^2$                                 | $x^{\frac{2}{4}}$                | $\sqrt[4]{x^7}$                 |
| $x$                                   | $\sqrt{\sqrt[3]{x^2}}$           | $\sqrt[3]{x^2}\sqrt{x}$         |
| $x^{-\frac{1}{4}}$                    | $(\sqrt[4]{x^3})^3$              | $\sqrt{x\sqrt{x}}$              |
| $\sqrt[3]{\sqrt{x-1}}$                | $\sqrt[4]{x^3}$                  | $\sqrt[3]{x}$                   |

## 5. Postup krok za krokem:

- Učitel vytvoří dvojice tak, aby v nich byli žáci přibližně na stejné úrovni znalostí. Každé dvojici přidělí jedno zařízení a vysvětlí pravidla soutěže i způsob bodování.
- Následně žáky navede k otevření hry zadáním oblasti, podoblasti a čísla hry v TrainingGames4U.
- Žáci spustí hru Pexeso a domluví se, kdo začne. První hráč si vybere dvojici kartiček, které chce spárovat, a nahlas spolužákovi vysvětlí, proč si myslí, že k sobě patří. Označením dvojice si ověří správnost; správně spárované kartičky zmizí z hrací plochy a hráč získává bod. Poté hraje druhý žák stejným způsobem. Žáci si průběžně zapisují své získané body a po spárování všech kartiček nahlásí výsledný počet bodů učiteli.
- Soutěž končí, když všichni dokončí nebo po vypršení předem stanoveného času. Vítězem se stává ten, kdo má nejvíce bodů. V případě rovnosti o vítězi může rozhodnout čas dokončení.

## 6. Hodnocení a reflexe:

- V závěrečné reflexi učitel promítne zadání na tabuli a vyzve žáky, aby označili příklady, které pro ně byly problematické. U těchto příkladů požádá žáky, kteří je zvládli správně, aby postup vysvětlili spolužákům, kteří chybovali.
- Body získané v soutěži může učitel využít jako motivační hodnocení nebo jako součást širší třídní soutěže. Důležitější je diskuse nad typickými chybami a sledování, zda se žákům daří postupně zrychlovat a zpřesňovat práci s výrazy.

## 7. Zkušenosti z výuky / tipy:

- Slabší žáci mají možnost získat vysvětlení od spolužáka, čímž se rozvíjí vrstevnické učení.
- Pexeso je výborné pro automatizaci matematických dovedností.
- Hra umožňuje okamžitou zpětnou vazbu, která podporuje rychlé zlepšování výkonu.
- Je nutné brát ohled na různé tempo žáků.
- Nejistí žáci mohou mít tendenci pouze hádat nebo náhodně klikat, pokud úlohy neumí správně vyřešit.

### Tip 1

Pokud chceme soutěž ztížit, mohou si soupeřící žáci navzájem vybírat první kartičku pexesa. Druhý žák pak musí najít správnou druhou kartičku.

### Tip 2

Pokud žáci mají učivo dostatečně procvičené, můžeme zakázat použití papíru na poznámky a výpočty, hra se pak stává náročnější.

### Varianta pro tištěné a vystřížené pexeso:

Pexesové kartičky umístíme na stanoviště a skupiny se snaží složit správné dvojice. Pokud mají hotovo, nahlásí splnění úkolu učiteli, ten jim řekne pořadí. Po vypršení času každá skupina napíše na tabuli jednu správnou dvojici, ostatní ji buď odsouhlasí nebo vysvětlí, v čem je chyba. Skupiny se střídají až je všech devět dvojic napsáno na tabuli. Pak si všichni spočítají počet svých správných dvojic a dojde k vyhlášení vítězné skupiny. V případě stejného počtu bodů, rozhoduje pořadí. Je třeba dát pozor na tisk kartiček rozdělených na modré a zelené; při černobílém tisku jsou barvy špatně rozlišitelné.

### Varianta pro promítané pexeso:

Učitel promítne pexeso a žáci mají 10 minut na zapsání správných dvojic do sešitu. Po vypršení času (nebo když všichni dokončí) žáci zdůvodňují jednotlivé dvojice a spočítají si počet správných odpovědí. Tato varianta je nejtěžší, protože si žáci musí pamatovat, kterou kartičku již použili do dvojice (při práci na tabletu správně spárované kartičky mizí z hrací plochy).

Ukázka 2 **TrainingGames4U** Párovací hra**Usměrňování zlomku I**

Spárujte výraz s odmocninou ve jmenovateli s jeho usměrňovanou formou (ekvivalentním výrazem se stejnou hodnotou, který nemá ve jmenovateli odmocninu).

## Výraz s odmocninou ve jmenovateli

$$\frac{8}{\sqrt[4]{4}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3} + 3}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{16}}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$$

## Usměrňovaný výraz

$$2\sqrt{3} + 3$$

$$2\sqrt{3} - 3$$

$$\frac{2\sqrt{3} - 3}{3}$$

$$\sqrt[4]{4}$$

$$4\sqrt[4]{4}$$

$$\frac{\sqrt[4]{4}}{2}$$

Spárujte vybrané!

Zavřít

- Téma:** Usměrňování zlomků
- Cíl:** Procvičit a automatizovat postupy při usměrňování zlomků, aktivizovat žáky krátkou soutěžní hrou na začátku hodiny a rychle ověřit úroveň porozumění a zachytit typické chyby.
- Příprava učitele (materiály a technika):**
  - Učitel si v aplikaci TrainingGames4U otevře párovací hru na usměrňování zlomků (<https://training.math4u.vsb.cz/game/match/7200000069>).
  - Připraví dataprojektor nebo interaktivní tabuli pro promítání hry celé třídě.
- Organizace a čas:**
  - Žáci pracují individuálně, každý sám za sebe.
  - Celková časová náročnost je 7–10 minut.
- Postup krok za krokem:**
  - Učitel stručně vysvětlí princip párovací hry (hledání dvojic „výraz – usměrňovaný tvar“) a pravidla soutěže, včetně toho, podle čeho se určí vítěz.
  - Učitel promítne hru.
  - Žáci pracují samostatně - do sešitů si zapisují dvojice, které považují za správné. Jakmile dokončí, nahlásí to učiteli a ten zaznamenává pořadí.
  - Po uplynutí časového limitu (nebo až všichni dokončí) učitel hru společně s třídou „prokliká“, ukáže správné dvojice a žáci si sami zkontrolují své odpovědi a spočítají počet správných.
  - Vítězem se stává ten, kdo našel nejvíce správných dvojic. V případě rovnosti o vítězi může rozhodnout čas dokončení.

**6. Hodnocení a reflexe:**

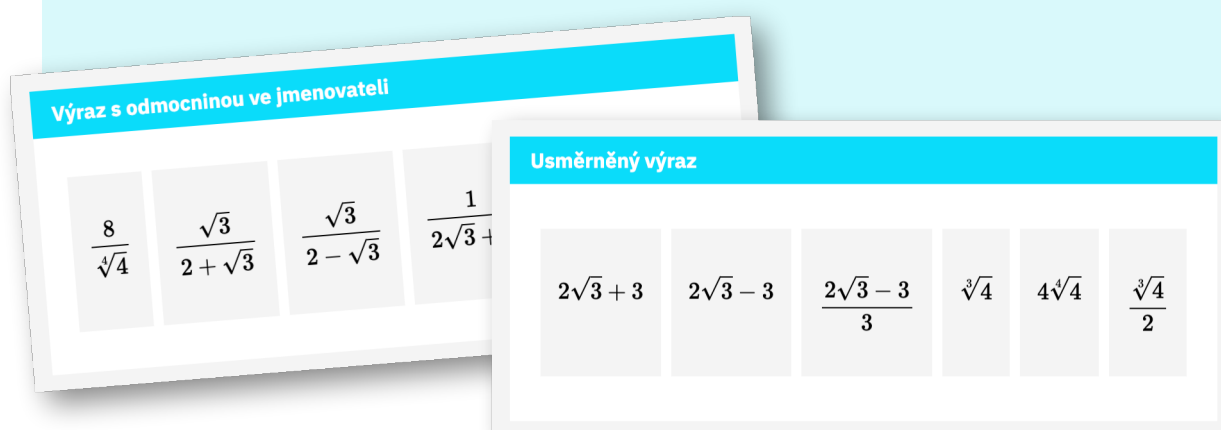
- V krátké reflexi se učitel ptá, které typy příkladů žákům dělaly největší problémy a proč; podle toho může v další výuce cíleně procvičit konkrétní typ úloh.
- Aktivitu lze hodnotit známkou, pochvalou, případně formou bonusových bodů.

**7. Zkušenosti z výuky / tipy:**

- Hra se výborně hodí jako „rozjezd“ na začátku hodiny – žáci se rychle aktivizují a přepnou do „matematického módu“.
- Ve větší třídě se může stát, že někteří žáci hůře přečtou některé detaily (např. stupeň odmocniny); osvědčilo se mít připravený zvětšený výřez úloh.

**Varianta s vytištěnými kartičkami:**

Hru lze vytisknout (pracovní list s „kartičkami“ či tabulkou). Učitel ji také může použít pro diferencované procvičování: zdatnějším žákům nabídne pouze první část (Výraz s odmocninou ve jmenovateli), zatímco slabším obě části a tím jim umožní snadnější a rychlejší řešení, které je motivuje k další práci. Pro zdatnější žáky se sice už nejedná o párovací hru, ale pokud vyhrají i přes toto ztížení, budou si vítězství o to více považovat.

**Varianta pro práci na vlastních zařízeních:**

Pokud mají žáci k dispozici tablety nebo telefony, mohou hru hrát přímo v TrainingGames4U na vlastním zařízení. Úkolem je co nejrychleji najít správné dvojice. Označením správné dvojice si žák ověří správné řešení. Na konci hry se každému žákovi zobrazí počet trestných bodů (kolikrát zvolil špatné přiřazení) a podle toho lze zjistit vítěze. Následně lze hru promítnout celé třídě a společně správné dvojice proklikat.

Ukázka 3 **Game4U** Fotbal

## Vítejte v Game4U

Kód hry\*

## Opakování lineární funkce

Jméno prvního hráče\*

Jméno druhého hráče\*

**Typ hry:** Fotbal

**Pravidla hry:**  
Úkolem hry je dát co nejvíce pomyslných gólů. Hráč, který je na tahu, vybere 1 otázku ze 2, na kterou bude vzápětí odpovídat jeho protihráč. Pokud protihráč danou otázku zodpoví špatně, hráč, který je na tahu, získává bod. Celkem se hraje 4 kola.

Spust' hry

**1. Téma:**

Lineární funkce (chápání předpisu, čtení z grafu, vlastnosti)

**2. Cíl:**

Provéřit pochopení základních pojmů týkajících se lineární funkce, aktivizovat žáky pomocí týmové soutěže a získat rychlou zpětnou vazbu o tom, které typy úloh žákům dělají potíže.

**3. Příprava učitele (materiály a technika):**

- Učitel si v aplikaci Math4Teacher vytvoří hru Fotbal z jednoduchých otázek a připraví si přístupový kód.
- Vygeneruje si PDF ze všech otázek použitých ve hře a vytiskne pro každou skupinu žáků (pro reflexi po soutěži).
- Připraví si přesýpací hodiny nebo jiný jednoduchý časovač.

Game **4** U
EN CS ES PL SK ?

**Skóre** 1:1 Klára N. vybírá otázku. Kolo utkání

2

Je dána lineární funkce  $f(x) = -4x + 3$ . Ve kterém bodě bude hodnota funkce  $f$  rovna  $-9$ ?

Vybrat

Je dána funkce  $f: y = 3x - 6, x \in (-\infty; 3)$ . Průsečík grafu funkce  $f$  s osou  $y$  má souřadnice:

Vybrat

Opustit hru
Pokračovat

**4. Organizace a čas:**

- Žáci pracují ve skupinách po 2, 4 nebo 6 žácích; v rámci skupiny budou dva proti sobě soupeřící týmy (např. A a B).
- Každá skupina má jedno zařízení (tablet, notebook, mobilní telefon).
- Časová náročnost je 15–35 minut dle náročnosti vybraných úloh.

**5. Postup krok za krokem:**

- Učitel seznámí žáky s pravidly hry. Žáci se rozdělí do skupin po 2–6 členech a v rámci každé skupiny vzniknou dva soupeřící týmy A a B. Každá skupina má k dispozici jedno zařízení s otevřenou aplikací Game4U.
- Učitel zpřístupní hru tím, že na tabuli napíše přístupový kód.

- Skupiny se přihlásí a soutěž může začít.
- Během soutěže nejprve tým A vybere ze dvou nabízených otázek jednu pro tým B a zároveň hlídá čas určený na odpověď. Tým B úlohu vyřeší, zapíše si postup, zaznačí svou odpověď v aplikaci a poté vybere otázku pro tým A. Týmy se takto střídají, dokud neproběhnou všechna kola zápasu. Vítězem se stává tým s největším počtem vstřelených gólů a úplnými zápisy postupů řešení.

## 6. Hodnocení a reflexe:

- V závěrečné reflexi učitel rozdá vytištěné PDF se všemi otázkami použitými ve hře. Žáci ve skupinách označí otázky, které jim dělaly problémy, a tyto úlohy potom učitel společně se třídou rozebere a v případě potřeby znovu vyřeší na tabuli.
- V aplikaci Math4Teacher (ikona dvou obálek u příslušné hry) má učitel k dispozici přehled o tom, jak žáci odpovídali na otázky, které se ve hře objevily. Ihned tak dokáže identifikovat otázky, které žákům dělaly problémy a zaměřit se na ně při reflexi.
- Body a výsledky lze využít jako formativní zpětnou vazbu, případně jako součást dlouhodobější třídní soutěže.

## 7. Zkušenosti z výuky / tipy:

- Soutěž probíhá dynamicky, žáky motivuje herní prostředí a okamžitá zpětná vazba.
- Pokud se hra zařazuje častěji (1–2× za měsíc), žáci si osvojí pravidla a organizace je rychlejší; první vysvětlení pravidel je vhodné udělat v hodině předem.
- Aktivita může být poměrně rychlá, pokud vybereme “easy” otázky a limitujeme čas na odpovědi.
- Chceme-li podpořit vrstevnické učení ve dvojicích/týmech, je vhodné vyžadovat, aby každý žák po skončení soutěže uměl vysvětlit řešení všech úloh. V tom případě před zahájením aktivity žákům doporučíme, aby si průběžně zapisovali řešení.
- Časomíru lze organizovat buď individuálně v každé skupině (přesýpací hodiny), nebo společně pro celou třídu promítáním času na tabuli; v druhém případě ale rychlejší týmy mohou čekat.
- Pozor na technické problémy  
– vyplatí se otestovat připojení předem a mít připravený plán B.
- PDF s otázkami pro reflexi lze žákům nasdílet i online (např. Google Classroom).
- Pro zvýšení dopadu aktivity se osvědčilo na závěr týmy promíchat nebo sdružit do větších skupin a nechat je společně konzultovat úlohy a jejich řešení. Přitom využijeme vytištěné PDF se všemi otázkami ze hry.

### Opakování lineární funkce

Otázky

#### Otázka č. 1

✓ 5 (71.43%) ✗ 2 (28.57%)

Je dána funkce  $f: y = 3x - 6$ ,  $x \in (-\infty; 3)$ . Obor hodnot funkce  $f$  je:

|                              |                            |                            |                             |
|------------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 5 (71.43%)<br>$(-\infty; 3)$ | 0 (0.00%)<br>$(3; \infty)$ | 2 (28.57%)<br>$\mathbb{R}$ | 0 (0.00%)<br>$(-\infty; 3)$ |
|------------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|

#### Otázka č. 2

✓ 4 (100.00%) ✗ 0 (0.00%)

Je dána funkce  $f: y = 3x - 6$ ,  $x \in (-\infty; 3)$ . Průsečík grafu funkce  $f$  s osou  $x$  má souřadnice:

|                         |                        |                                 |                                  |
|-------------------------|------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| 4 (100.00%)<br>$[2; 0]$ | 0 (0.00%)<br>$[-2; 0]$ | 0 (0.00%)<br>$[\frac{1}{2}; 0]$ | 0 (0.00%)<br>$[-\frac{1}{2}; 0]$ |
|-------------------------|------------------------|---------------------------------|----------------------------------|

Ukázka 4 **Game4U** Trojúhelník

## Vítejte v Game4U

Kód hry\*  
6uL4a9|

**1. Téma:**

Procvičování výroků a operací s množinami.

**2. Cíl:**

Upevnit znalosti týkající se výroků a operací s množinami a intervaly. Umožnit žákům systematicky opakovat již probrané učivo s menším časovým odstupem.

**3. Příprava učitele (materiály a technika):**

- Učitel vytvoří v aplikaci Math4Teacher hru Trojúhelník (AZ kvíz) z vhodně zvolených otázek na dané téma a připraví si přístupový kód do Game4U.
- Ze stejných otázek si vygeneruje PDF a vytiskne tolikrát, kolik bude skupin.

**4. Organizace a čas:**

- Žáci pracují ve skupinách po čtyřech; ve skupině jsou dvě soutěžící dvojice.
- Každá skupina má k dispozici jeden tablet nebo mobilní telefon.
- Časová náročnost aktivity je přibližně 30 minut.

**5. Postup krok za krokem:**

- Učitel vytvoří skupiny po čtyřech žácích tak, aby v každé skupině byli žáci na podobné úrovni a vysvětlí pravidla soutěže i způsob vyhodnocení.
- Poté napíše na tabuli přístupový kód a skupiny se přihlásí do hry.
- Soutěžní dvojice se střídají na tahu - vybírají políčka, odpovídají na otázky a snaží se spojit

**Opakování výroků a množin**

Jméno prvního hráče\*  
Adam, Honza

Jméno druhého hráče\*  
Petr, Ivo

Typ hry: Trojúhelník

**Pravidla hry:**


Úkolem hry je spojit všechny tři strany zobrazeného trojúhelníku pomocí souvislé cesty. Každý hráč si zvolí pole, které chce získat. Po kliknutí na příslušné pole se zobrazí otázka, na kterou musí daný hráč zodpovědět správně, jinak pole nezíská. Pokud na zvolenou otázku odpoví hráč špatně, dostane šanci jeho protihráč, který na danou otázku může, ale nemusí, odpovídat. Pokud i protihráč zodpověděl otázku špatně, nebo se rozhodl nezodpovídat na zvolenou otázku, zůstane toto pole polem neutrálním. Pokud chce jeden z hráčů získat neutrální pole, musí během fáze losování zmáčknout tlačítko v okamžiku shodně zobrazených symbolů. V opačném případě pole připadne protihráči.

Spustit hru


Game 4 U

EN
CS
ES
PL
SK
?


Adam, Honza




Neutrální pole



Petr, Ivo



Adam, Honza je na tahu



všechny tři strany trojúhelníka políčky získanými za správné odpovědi. Při chybné odpovědi dostává šanci soupeř, případně se o políčko losuje.

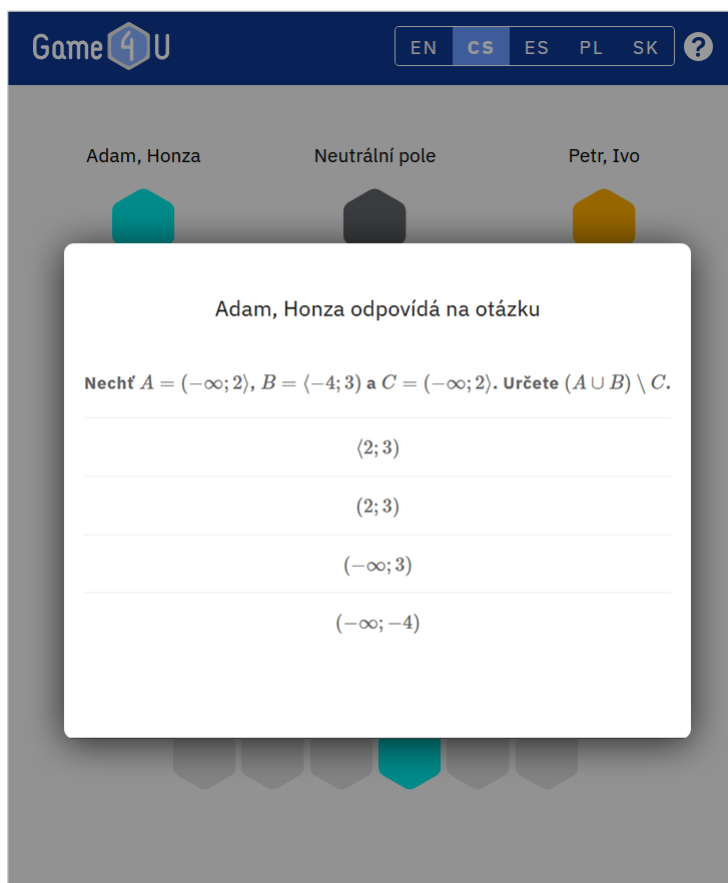
- Po uplynutí času nebo když všechny skupiny ukončí hru, učitel vyhlásí vítězné dvojice v každé skupině.

#### 6. Hodnocení a reflexe:

- V reflexi učitel rozdává všem skupinám vytištěné PDF se souhrnem všech otázek, včetně těch, které se ve hře nemusely objevit. Žáci v rámci skupin označí úlohy, které pro ně byly nejtěžší, a učitel tyto vybrané příklady diskutuje se třídou, případně řeší na tabuli.
- Učitel vidí odpovědi na otázky v aplikaci Math4Teacher – sleduje, které typy úloh se žákům dařily a kde se objevovaly chyby, a tyto poznatky využije při dalším plánování výuky.
- Zároveň může ocenit nejen vítězné dvojice, ale i skupiny, které dobře spolupracovaly a dokázaly jasně vysvětlit řešení obtížnějších úloh.

#### 7. Zkušenosti z výuky / tipy:

- Tato soutěž žáky doslova pohltí. Většinou o správných odpovědích zaníceně diskutují a po skončení hry hodnotí velmi pozitivně. Prakticky si neuvědomují, že jsou součástí výukového procesu. Učí se a ujasňují si učivo navzájem. Velmi je také baví losování o neutrální pole.
- Pro odpovědi je vhodné si předem domluvit maximální časový interval. V opačném případě se může soutěž neúměrně prodlužovat.



#### Varianta hry pro větší zapojení všech žáků:

Aby se předešlo situacím, kdy jeden z dvojice pracuje a druhý se veze, osvědčilo se motivovat žáky tím, že za vítěznou bude považována pouze ta dvojice, která bude schopna prezentovat správné postupy řešení všech svých i soupeřových úloh. V tomto případě musí učitel dát žákům vytištěné PDF s otázkami už před soutěží. Žáci si pak do tohoto PDF zaznačují své odpovědi. Před závěrečnou reflexí pak dostanou čas na to, aby si své postupy řešení vzájemně konzultovali a našli řešení i úloh, které nevyřešili správně.

#### Varianta návazných aktivit v další hodině:

Po skončení hry učitel nasdílí žákům PDF soubor se všemi otázkami, například prostřednictvím Google Classroom. Úlohy, které žáci ve hře Trojúhelník neřešili, si vyřeší doma. Na začátku následující hodiny může učitel dát příležitost k zisku bodů i týmům, které v předchozí hodině prohrály – například tím, že některý z příkladů vyřeší na tabuli.

## Ukázka 5 Math4Class Párovací hra

Všechny párovací hry v Math4Class obsahují tajenku - skrytý citát nějakého slavného matematika nebo fyzika. Toho lze využít pro název soutěže. Tu naši jsme nazvali „Dešifrování kódu Alberta Einsteina“

Albert Einstein, slavný fyzik.

K parametrickým rovnicím přímek přiřaďte obecné rovnice tak, aby každá vybraná dvojice reprezentovala tutéž přímku.

Parametrické rovnice:

$$1 \quad \begin{aligned} x &= -3t, \\ y &= 4 + 4t; \quad t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$3 \quad \begin{aligned} x &= -4 + 4t, \\ y &= 3t; \quad t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$5 \quad \begin{aligned} x &= 6 - 3t, \\ y &= 4 - 4t; \quad t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$2 \quad \begin{aligned} x &= -4t, \\ y &= 3 + 3t; \quad t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$4 \quad \begin{aligned} x &= 3t, \\ y &= 4 + 3t; \quad t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$6 \quad \begin{aligned} x &= 3t, \\ y &= 4 - 3t; \quad t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Obecné rovnice:

$$A \quad 4x - 3y - 12 = 0$$

$$C \quad 3x + 4y - 12 = 0$$

$$E \quad 3x - 4y + 12 = 0$$

$$B \quad 3x + 3y - 12 = 0$$

$$D \quad 4x + 3y - 12 = 0$$

$$F \quad 3x - 3y + 12 = 0$$



- Téma:** Přímka, její parametrické vyjádření a obecná rovnice.
- Cíl:** Cílem této objevitelské soutěže je nechat žáky nalézt postup, jak z parametrického vyjádření rovnice přímky najít rovnici obecnou. Soutěž je vhodné zařadit v okamžiku, kdy je probráno parametrické vyjádření přímky. Aktivitu můžeme uvést tím, že parametrický tvar je sice názorný, ale nemusí být vždy nejvýhodnější (např. pro rychlé ověření, zda bod leží na přímce) a proto se pokusíme přímku vyjádřit jinak. Žáci sami hledají efektivní cesty, jak dojít z parametrického vyjádření k obecné rovnici.
- Příprava učitele (materiály a technika):** Učitel vybere v Math4Class vhodnou párovací hru, zde konkrétně [https://msr-latex.vsb.cz/math4you/games/files/6000000060\\_cs.pdf](https://msr-latex.vsb.cz/math4you/games/files/6000000060_cs.pdf) a vytiskne ji pro práci na stanovištích.
- Organizace a čas:**
  - Žáci pracují ve skupinách po 2–3 na stanovištích, každá skupina má svoji tištěnou verzi párovací hry.
  - Celková časová náročnost aktivity je přibližně 30 minut.

## 5. Postup krok za krokem:

- Učitel vytvoří skupiny, rozmístí je ke stanovištím a předá jim tištěné materiály spolu se stručnými instrukcemi. Zdůrazní, že nejde jen o nalezení dvojic, ale i o nalezení obecného postupu převodu.
- V průběhu soutěže mají žáci dva úkoly. Prvním je najít ke každé přímce zadané parametricky (označené čísly 1 až 6) její „druhé já“ – tzv. obecnou rovnici, nabízenou pod písmeny A-E. Druhým úkolem je najít vlastní obecně platný algoritmus, použitelný pro převod parametrického vyjádření libovolné přímky na obecný tvar. Skupiny se také připravují na to, že tento algoritmus budou nakonec prezentovat ostatním a musí je přesvědčit o jeho použitelnosti.
- Po uplynutí stanoveného času učitel vyzve jednotlivé skupiny, aby ukázaly, jak z parametrických rovnic 1–6 vytvořily obecnou rovnici bez pouhého „hádání“. Skupiny postupy prezentují, porovnávají a společně diskutují.
- Na závěr učitel určí vítěznou skupinu, která měla nej přesnější výsledky a zároveň nejlépe vysvětlila obecný postup, a s celou třídou společně formalizuje obecnou rovnici přímky ve tvaru  $ax + by + c = 0$ .

## 6. Hodnocení a reflexe:

- Hodnocení se může zaměřit na kvalitu nalezeného algoritmu, schopnost jej vysvětlit ostatním a na míru spolupráce ve skupině, méně na rychlost.
- Učitel si může zaznamenat, jaké strategie žáci volili (dosazování bodu, eliminace parametru, práce se směrovým vektorem) a k čemu bylo potřeba doplnit nápovědu.

## 7. Zkušenosti z výuky / tipy:

- Aktivita má silný badatelský potenciál – žáci mají pocit, že „přišli na rovnici sami“, což zvyšuje motivaci a paměťovou stopu oproti frontálnímu výkladu.
- V případě potřeby navádíme žáky v průběhu práce k odhalení principu vyloučení parametru či vztahu směrový vs. normálový vektor přímky. Učitel může průběžně po zvážení situace dodávat žákům nápovědní karty. Pokud skupina tápe a neví, jak začít, dáme jim kartu č. 1. Pokud žáci chtějí najít systém, jak z rovnic 1–6 přímo vytvořit rovnici obecnou, lze použít kartu 2. Pro pokročilé objevitele, kteří už mají pár dvojic a hledají zrychlený postup, se hodí karta 3.

Každé parametrické vyjádření přímky má v sobě schovaný bod (to jsou ta čísla bez parametru  $t$ ). Zkuste souřadnice tohoto bodu dosadit za  $x$  a  $y$  do obecných rovnic A až F. Pokud po dosazení nevychází  $0=0$ , máte jistotu, že se o stejnou přímku nejedná.

Karta 1

Parametr  $t$  je jako lepidlo, které ty dvě rovnice drží u sebe, ale my ho už nepotřebujeme. Zkuste první rovnici vynásobit takovým číslem, aby po sečtení s druhou rovnicí všechna  $t$  zmizela. Co zůstane? Jen jedna rovnice s  $x$  a  $y$ .

Karta 2

Podívejte se na souřadnice směrového vektoru u parametru  $t$ . Teď se podívejte na čísla před  $x$  a  $y$  v obecné rovnici. Vidíte tam nějaký vztah?

Karta 3

## Ukázka 6 FindError4U

FindError 4 U

EN CS ES PL SK

## Exponenciály a logaritmy

Logaritmické rovnice a nerovnice

$2^{x-1} = 2 - \log_2 2$     Tři jednoduché rovnice     $\log_x 8 = -3$      $\log_2(2x) + \log_2 x = \log_2 3$

$\log_2(2x) - \log_2 8 = 1$      $\log_3(x-1) + 1 = \log_3 x$      $\log_2(x-2) + \log_2(x) = 3$      $(\log x)^2 + 9 \log x = 0$

$\log^2 x - 2 \log x = 0$      $\log x - 1 \geq 0$      $\log x \cdot \log_5(3x-1) \geq 0$

Soutěž můžeme nazvat „Vymítači matematických chyb“.

- Téma:** Logaritmické rovnice
- Cíl:** Upevnit řešení logaritmických rovnic a zopakovat si látku před větším testem prostřednictvím hledání chyb v již vyřešených příkladech. Součástí aktivity je také pojmenování chyby, návrh správného postupu a obhájení před třídou.
- Příprava učitele (materiály a technika):**
  - Učitel v aplikaci FindError4U vybere vhodné logaritmické rovnice, např. čtyři příklady označené na obrázku, viz <https://find-error.math4u.vsb.cz/games/22/54>.
  - Pro každou skupinu žáků vytiskne samostatnou sadu materiálů – čtyři „spisy z místa činu“, tedy listy s vybranými příklady včetně nabízených odpovědí.
- Organizace a čas:**
  - Žáci pracují ve skupinách po čtyřech jako „vyšetřovací týmy“.
  - Časová náročnost je zhruba 15–25 minut.

## 5. Postup krok za krokem:

- Učitel nejprve rozdělí žáky do skupin, tzv. „vyšetřovacích týmů“. Každý tým obdrží čtyři „spisy z místa činu“ – čtyři různé řešené příklady s nabídkou odpovědí, v nichž se může skrývat chyba.
- Úkolem vyšetřovacích týmů je v každém spisu odhalit chybu, správně ji identifikovat a pojmenovat, vysvětlit, proč se jedná o chybu, a následně uzavřít případ správným postupem a správným výsledkem. V průběhu práce se žáci učí rozpoznávat různé typy pochybení (např. numerická, koncepční nebo logická) a v rámci týmu hledají společný závěr vyšetřování.
- Po ukončení týmové práce následuje závěrečné vyhodnocení případu před třídou, při němž jednotlivé týmy prezentují svá zjištění. Body získává každý tým, který dokáže své závěry přesvědčivě a matematicky správně obhájit. Učitel nebo vybraná porota poté přiděluje body v těchto kategoriích:
  - Přesnost vyšetřování (max. 5 bodů): Správné odhalení a pojmenování chyby (např. „chyba v diskriminantu“ nebo „záměna znaménka“).
  - Kvalita nápravy (max. 5 bodů): Správné a bezchybné dovedení řešení do konce.
  - Bonus za prevenci (max. 2 body): Nejoriginálnější nebo nejpraktičtější návrh, jak podobné chybě v budoucnu předejít.

**6. Hodnocení a reflexe:** Hodnocení se zaměřuje především na kvalitu vyšetřování, nikoli na rychlost. Oceňuje se schopnost přesně vysvětlit, v čem spočívá pochybení, proč k němu došlo a jak vypadá správný postup. Důraz je kladen na jasnou argumentaci a obhajobu závěrů vyšetřovacího týmu.

## 7. Zkušenosti z výuky / tipy:

- Při výběru příkladů se vyplatí zvolit úlohy s typickými „pastmi“, do nichž žáci při řešení běžně „padají“. Takové případy mají největší přínos pro přenos zkušenosti do jejich vlastního počítání.
- Na začátku aktivity je vhodné provést krátké „školení vyšetřovatelů“, v němž se žáci seznámí s hlavními typy pochybení a naučí se je správně pojmenovat – např. chyba ve výpočtu (chybné násobení), opomenutí podmínek existence logaritmických výrazů, použití nesprávného vzorce apod.
- Aktivita přirozeně rozvíjí kritické myšlení a vede žáky k tomu, aby na chybu nahlíželi jako na stopu, která je může dovést k hlubšímu porozumění problému.

## Ukázka 7 | Matematický žebřík

**1. Téma:** Goniometrické funkce a jejich vlastnosti

**2. Cíl:** Upevnit a systematizovat klíčové poznatky o goniometrických funkcích, rozvíjet schopnost samostatně i týmově řešit matematické úlohy rozdílné obtížnosti a aplikovat poznatky v reálném kontextu.

**3. Příprava učitele (materiály a technika):**

- Učitel vybere a vytiskne sadu úloh rozdělených podle obtížnosti a uspořádaných stupňovitě (do „žebříku“) tak, aby každá následující úloha představovala vyšší příčku a vyžadovala více znalostí i přemýšlení.

Pro ukázkou jsou vybrány úlohy:

Math4Class: [https://msr-latex.vsb.cz/math4you/games/files/5000000010\\_cs.pdf](https://msr-latex.vsb.cz/math4you/games/files/5000000010_cs.pdf)

FindError4U: <https://find-error.math4u.vsb.cz/game/findError/3000000089>

AppliedMath4U: [https://rwp.math4u.vsb.cz/00039\\_Blood\\_pressure/cs\\_article.html](https://rwp.math4u.vsb.cz/00039_Blood_pressure/cs_article.html)

- Připraví si kontrolní lístky s řešeními, aby mohl odevzdané práce rychle vyhodnocovat.

**4. Organizace a čas:**

- Žáci pracují ve skupinách po čtyřech až pěti; každá skupina má svůj pracovní stůl a zásobu papírů pro odevzdání řešení.
- Aktivita je koncipovaná na celou vyučovací hodinu.

**5. Postup krok za krokem:**

- Na začátku hodiny učitel rozdělí žáky do skupin a vysvětlí pravidla i bodování.
- Během soutěže skupiny postupně řeší připravené úlohy a postupují po jednotlivých „příčkách žebříku“. Každá skupina pracuje vždy jen na jednom příkladu. Při převzetí nového zadání do jeho rohu zapíše číslo (jméno) své skupiny a čas převzetí. Po vyřešení úlohu odevzdá učiteli, který doplní čas odevzdání a předá skupině další úlohu, zpravidla vyšší obtížnosti.
- Týmy tak postupují vlastním tempem, zatímco učitel má přehled o průběhu i délce řešení jednotlivých úloh. Odevzdané práce průběžně kontroluje a zaznamenává bodový stav na tabuli, aby měli žáci přehled o vývoji „výstupu po žebříku“.
- V závěru učitel vyhodnotí soutěž. V případě shodného výsledku týmů rozhoduje čas řešení (čas odevzdání minus čas převzetí). Bodování lze nastavit například tak, že v soutěži šesti týmů získává první místo 6 bodů, druhé 5 bodů až po 1 bod za šesté místo; tým, který úlohu neřešil nebo ji vyřešil zcela chybně, získá 0 bodů. Alternativně lze zvolit i variantu, v níž všechny týmy se správným řešením obdrží plný počet bodů bez ohledu na čas odevzdání.

**6. Hodnocení a reflexe:**

- Učitel shrne výsledky jednotlivých skupin a vybere úlohy, u nichž se nejčastěji objevovaly potíže. To poskytuje cennou zpětnou vazbu pro další výuku.
- Reflexe se může zaměřit i na strategie řešení, rozdělení rolí ve skupině a práci s časem. Žáci získávají přehled o své aktuální úrovni – jak v oblasti znalostí, tak v dovednostech spolupráce a organizace práce v týmu.

**7. Zkušenosti z výuky / tipy:**

- Osvědčuje se promyšlené stupňování obtížnosti – jednodušší úlohy na začátku motivují a „rozhýbou“ skupiny, zatímco „vyšší příčky žebříku“ prověřují hlubší porozumění. Závěrečná aplikační úloha pak ukazuje praktický význam funkcí.
- Výzvou může být rovnoměrné zapojení všech členů skupiny - někdo řeší a jiní se vezou. Vyplatí se explicitně vymezit role ve skupině a žákům připomenout, že výsledkem není jen bodový zisk, ale i společné pochopení a učení.

- Rychlé skupiny mají tendenci „pálit“ úlohy bez diskuse.
- Slabší skupiny se mohou na některé příčce „zaseknout“. V takovém případě jim lze povolit využití poznámek z hodin.
- Aktivita je náročná i z pohledu průběžného vyhodnocování. Při práci v dělených hodinách je to možné zvládnout během soutěže, při práci s celou třídou je však vhodné žáky předem upozornit, že konečné výsledky mohou být oznámeny až později, například po skončení vyučování.
- Po ukončení soutěže je vhodné žákům nasdílet úlohy, které si mohou doma samostatně projít.

## 1. příklad na “rozjezd” - Převod stupňů na radiány (Math4Class)

Převeďte stupně na radiány:

|    |        |   |  |   |   |
|----|--------|---|--|---|---|
| 1. | 72°    | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{6}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{3}{10}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{2}{3}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{2}{5}\pi$ |
| 2. | 315°   | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{2}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{8}\pi$  | <input type="checkbox"/> $\frac{7}{4}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{4}\pi$ |
| 3. | 202,5° | <input type="checkbox"/> $\frac{6}{5}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{8}{9}\pi$  | <input type="checkbox"/> $\frac{7}{8}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{9}{8}\pi$ |
| 4. | 140°   | <input type="checkbox"/> $\frac{9}{7}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{8}{11}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{7}{9}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{8}{9}\pi$ |
| 5. | 225°   | <input type="checkbox"/> $\frac{4}{5}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{11}{8}\pi$ |   |   |
| 6. | 126°   | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{4}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{7}{8}\pi$  |   |   |
| 7. | 300°   | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{3}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{3}{5}\pi$  |   |   |
| 8. | 340°   | <input type="checkbox"/> $\frac{6}{5}\pi$ | <input type="checkbox"/> $\frac{9}{16}\pi$ |   |   |

**MATH 4 Class**

## 2. příklad – Grafy funkcí (FindError4U)

FindError 4 U



Úkol: Načrtněte graf funkce:

$$f(x) = 3 \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

Margaret nakreslila graf funkce  $f$  v následujících krocích (viz obrázek):

(1) Prohlásila, že základem funkce  $f$  je funkce:

$$f_1(x) = \cos x$$

a nakreslila její graf (zeleně).

(2) Potom zohlednila koeficient  $\frac{1}{2}$  u proměnné  $x$ , který ovlivňuje periodu funkce  $f$ . Nakreslila (modře) graf funkce:

$$f_2(x) = \cos \frac{x}{2}$$

(3) Dále Margaret prohlásila, že graf funkce:

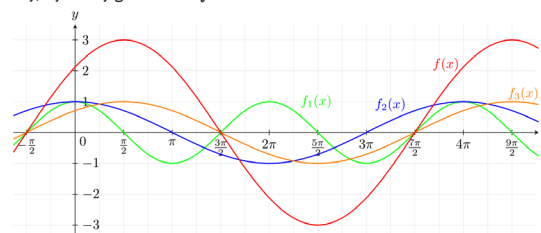
$$f_3(x) = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

vytvoří posunutím grafu funkce  $f_2$  podél osy  $x$  o hodnotu, kterou získá následující úpravou rovnice  $f_3$ :

$$f_3(x) = \cos\left[\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

Takže graf  $f_3$  získá posunutím grafu funkce  $f_2$  o  $\frac{\pi}{2}$  ve směru kladné poloosy  $x$ .

(4) Nakonec zohlednila koeficient 3, který ovlivňuje obor hodnot funkce  $f$ . Vynásobila každou hodnotu  $f_3$  číslem 3, čímž graf  $f_3$  vertikálně protáhla 3krát a získala tak (červeně) nakreslený) výsledný graf funkce  $f$ .



Margaret udělala ve svém postupu chybu. Ve kterém kroku Margaret udělala chybu?

Chyba je v kroku (1). Graf funkce  $f_1(x) = \cos x$  neodpovídá grafu funkce  $f_1$  na obrázku.

Chyba je v kroku (2). Margaret nesprávně určila nejmenší periodu funkce  $f_2$ . Správně určená nejmenší perioda  $f_2$  by měla být poloviční než funkce  $f_1$ , ne dvakrát větší.

Chyba je v kroku (3). Graf  $f_3$  by měl být vytvořen posunem grafu  $f_2$  o hodnotu  $\frac{\pi}{2}$ , ale ve směru záporné poloosy  $x$ .

Chyba je v kroku (4). Koeficient 3 posouvá graf funkce  $f_3$  svisle ve směru osy  $y$ .

## 3. příklad - Aplikační úloha (AppliedMath4U)

## Aproximace funkce krevního tlaku

Když srdce pracuje, krevní tlak v tepnách se opakovaně zvyšuje a snižuje: při stahu srdce dosahuje maxima, při uvolnění klesá k minimu. Změny krevního tlaku v čase proto můžeme popsat periodickou funkcí. Délka jedné periody této funkce odpovídá délce jednoho srdečního tepu, tedy času, za který se celý cyklus změn tlaku znovu zopakuje. Navíc víme, že maximem této funkce bude hodnota systolického krevního tlaku a minimem bude hodnota diastolického tlaku. Funkci krevního tlaku můžeme přibližně nahradit funkcí sinus nebo kosinus. Vhodná funkce aproximující krevní tlak může být daná předpisem

$$f(x) = a \cdot \sin(bx + c) + d,$$

kde parametr  $d > 0$  označuje střední hodnotu funkce  $f$ , tedy číslo, kolem kterého sinusoida osciluje. V našem modelu krevního tlaku jde o aritmetický průměr systolického a diastolického tlaku. Parametr  $a > 0$  představuje amplitudu, která určuje, jak moc sinusoida osciluje kolem své střední hodnoty  $d$ . Hodnota  $b \neq 0$  souvisí s periodou funkce. Platí, že tato perioda je rovna  $\frac{2\pi}{|b|}$  a vyjadřuje dobu trvání jednoho srdečního tepu. Dodejme, že počet tepů (srdečních stahů) za minutu se nazývá tepová frekvence. Konečně, člen  $c$  souvisí s posunem ve směru osy  $x$ . Je ovlivněn tím, kdy (tj. v které fázi srdečního tepu) měření krevního tlaku odstartujeme. Pro většinu výpočtů je tento parametr nepodstatný a je možné ho zvolit libovolně.

**Úloha 1.** Porovnejte následující dvě funkce

$$P_1(t) = 25 \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right) + 105, \quad P_2(t) = 30 \cdot \cos(2\pi t) + 125,$$

které aproximují krevní tlak dvou různých lidí. Tyto funkce závisí na proměnné  $t$ , která představuje čas v sekundách. Určete dobu trvání jednoho srdečního tepu u obou osob (periody příslušných funkcí) a také jejich tepové frekvence (počty úderů srdce za minutu).

**Úloha 3.** Vyjádřete funkci

$$P_1(t) = 25 \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right) + 105$$

z úlohy 1 pomocí funkce kosinus.

**Úloha 5.** Najděte předpis funkce, která aproximuje funkci krevního tlaku zdravého člověka v klidu. Jeho tepová frekvence je 50 tepů za minutu. Maximální krevní tlak je 110 mm Hg a minimální 70 mm Hg.

## Aplikační úlohy

Představují zajímavé a obohacující doplnění soutěžních aktivit. Přinášejí do matematiky jiný pohled, propojují ji s reálnými situacemi a učí žáky přemýšlet v širších souvislostech. Tyto úlohy však bývají časově náročnější a často vyžadují postupné odhalování informací.

Z tohoto důvodu není vhodné žákům předkládat celou úlohu v podobě rozsáhlého PDF souboru. Velké množství textu může působit nepřehledně a pro část žáků i demotivujícím dojmem již na první pohled. Mnohem efektivnější je rozdělit aplikační úlohu na jednotlivé úkoly či dílčí kroky, které žáci řeší postupně jako samostatné menší úlohy.

Tento přístup podporuje lepší orientaci v zadání, pomáhá řídit tempo práce a umožňuje učiteli pružně reagovat na potřeby třídy. Zároveň žákům poskytuje pocit úspěchu po splnění každé části, což přispívá k udržení jejich motivace i pozornosti.

## Závěr

Zařazování her a soutěží do výuky matematiky je účinný způsob, jak zvýšit zájem žáků o předmět, aktivizovat žáky a zároveň rozvíjet jejich znalosti, dovednosti i spolupráci. Ukázky dobré praxe potvrzují, že vhodně zvolená hra může sloužit jako motivační prvek na začátku hodiny, cílené procvičování před náročnějším testem i jako badatelská aktivita, v níž žáci objevují nové poznatky a formulují vlastní závěry. Pokud jsou tyto činnosti dobře připravené, přiměřeně náročné a doplněné o následnou reflexi, mohou se stát přirozenou součástí výuky, která podporuje dlouhodobou motivaci k učení, posiluje kompetence žáků a přispívá k pozitivní atmosféře ve třídě.

Klíčové je, aby každá hra měla jasně stanovený didaktický cíl, přiměřená a srozumitelná pravidla a promyšlenou organizaci, včetně časové dotace a způsobu hodnocení. Učitel zde vystupuje jako průvodce a moderátor, který volí vhodný typ aktivity podle fáze hodiny a potřeb třídy, zajišťuje férové podmínky, podporuje vnitřní motivaci žáků a vede je k reflexi toho, co se během hry naučili a jaké strategie se jim osvědčily.

Materiály a aplikace z portálu Math4U (TrainingGames4U, Math4Class, FindError4U a Math4Teacher s žákovskou aplikací Game4U) umožňují rychle připravit hry pro jakoukoliv třídu. Lze využít předpřipravené hry typu pexeso nebo párovací hry, nebo si hry naplnit otázkami dle vlastního výběru a vytvořit například hru Trojúhelník či Fotbal.

Soutěžního ducha mohou mít i komplexnější aktivity, jako je „vyšetřování“ chyb v hotových řešeních nebo soutěž „matematický žebřík“. Učitel tak může kombinovat hotové úlohy s vlastními zadáními, volit úroveň obtížnosti i délku aktivity a pružně reagovat na aktuální úroveň a potřeby žáků.

Důležitou součástí každé soutěžní aktivity je také bezpečné a respektující prostředí, v němž mají žáci reálnou šanci uspět bez rizika zesměšnění či stigmatizace. Cílem není pouze „zábava“ nebo výkon v podobě rychlé správné odpovědi, ale především hlubší porozumění učivu, rozvoj argumentace, práce s chybou a zkušenost, že matematika může být prostorem pro spolupráci, tvořivost i radost z objevování.